

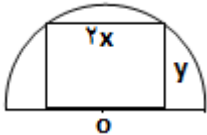
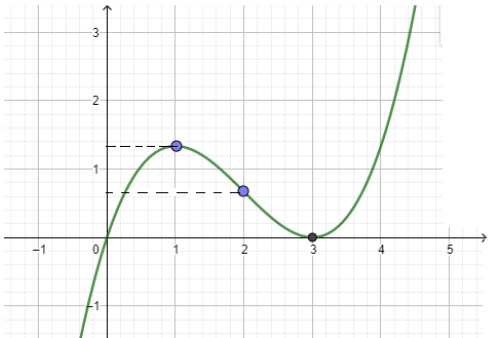
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.	نمره
------	---	------

۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) نقطه $(-۸, ۶)$ روی نمودار $y = f(x)$ با نقطه $(-۸, ۱۲)$ روی نمودار $y = \frac{1}{۳}f(x)$ متناظر است.</p> <p>ب) نمودار تابع $y = -(x-۳)^۳$ را می توان با ۳ واحد انتقال نمودار $y = -x^۳$ به سمت راست رسم کرد.</p> <p>پ) تابع $f(x) = x^۲ - ۴x$ روی بازه $[۲, +\infty)$ اکیداً صعودی است.</p> <p>ت) اگر $f'(۱) = ۲$ و $g'(۱) = -۳$ باشد، حاصل $(۳f + g)'(۱)$ برابر ۹ است.</p>	۱
۱/۲۵	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) اگر مقدار a برابر باشد، تابع $f(x) = ax + b$ هم صعودی و هم نزولی است.</p> <p>ب) دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = ۳\sin ۲x$ به ترتیب برابر و است.</p> <p>پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{۲}} \left(\frac{x+1}{\tan x} \right)$ برابر است.</p> <p>ت) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته، آنگاه f در $x = a$ مشتق پذیر نیست.</p>	۲
۱/۵	<p>در چند جمله ای $P(x) = x^۳ + ax^۲ + b$ مقادیر a و b را چنان بیابید که باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + ۲$ برابر -۱ و $P(x)$ بر $x - ۱$ بخش پذیر باشد.</p>	۳
۱	<p>عبارت $\frac{x^۵ + 1}{x + 1}$ را ساده کنید.</p>	۴
۱	<p>نمودار تابع $f(x) = a + \cos bx$ به صورت زیر است. حاصل $a + b$ را به دست آورید. ($b > 0$)</p> 	۵
۱/۵	<p>معادله مثلثاتی $\cos ۲x - \cos x + 1 = 0$ را در بازه $0 \leq x \leq \pi$ حل کنید.</p>	۶
۱/۵	<p>الف) اگر $\lim_{x \rightarrow ۲^+} \frac{ax - ۳}{(۲ - x)^۳} = +\infty$ باشد، حدود a را تعیین کنید.</p> <p>ب) مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{x - ۴x^۳}{x^۳ + ۵}$ را به دست آورید.</p>	۷

ادامه سؤالات در صفحه دوم

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.	نمره
۸	کدام شکل وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{2[x]}{4-x}$ در نزدیکی مجانب قائم آن است؟ دلیل خود را بنویسید.	۱/۲۵
	<p>(الف) (ب) (پ) (ت)</p>	
۹	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در نقطه ای به طول $x = 0$ واقع بر نمودار تابع بنویسید.	۱
۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)	۲/۲۵
	الف) $f(x) = \sqrt{7x}(3x^2 + 2)$ ب) $g(x) = \cos^3(2x) - \frac{1}{x}$	
۱۱	با توجه به نمودار تابع f ، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید.	۰/۷۵
	<p>(الف) (ب) (پ) (ت)</p>	
۱۲	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t$ گرم است. در چه لحظه ای، آهنگ رشد جرم توده باکتری برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی $0 \leq t \leq 4$ می شود؟	۱/۵
۱۳	یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.	۱/۲۵
۱۴	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ را رسم کنید.	۲/۲۵
۱۵	فرض کنید $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، محل تقاطع مجانب های آن، نقطه $(2, 1)$ است. اگر این تابع از نقطه $(-1, 0)$ بگذرد، ضابطه تابع را به دست آورید.	۱
۲۰	جمع نمرات	« موفق و سربلند باشید. »

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست ص ۱۰ ب) درست ص ۱۴ پ) درست ص ۱۷ ت) نادرست ص ۱۰۱ هرکدام (۰/۲۵)	۱
۲	الف) صفر (۰/۲۵) ص ۱۶ ب) π و ۳ (۰/۵) ص ۲۷ پ) صفر (۰/۲۵) ص ۵۳ ت) نباشد (۰/۲۵) ص ۸۶	۱/۲۵
۳	صفحه ۲۲ $\begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 7 \\ a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{8}{3}, b = -\frac{11}{3} \quad (۰/۵)$	۱/۵
۴	صفحه ۲۰ $\frac{x^5 + 1}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)}{x + 1} = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 \quad (۰/۲۵)$	۱
۵	صفحه ۲۴ $T = 2\pi \quad (۰/۲۵) \quad b = 1 \quad (۰/۲۵) \quad a = 3 \quad (۰/۲۵) \quad a + b = 4 \quad (۰/۲۵)$	۱
۶	صفحه ۴۴ $\begin{cases} 2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \quad (۰/۲۵) \quad \cos x(2\cos x - 1) = 0 \quad (۰/۲۵) \\ \cos x = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \quad (۰/۲۵) \\ \cos x = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$	۱/۵
۷	صفحه ۵۳ و ۶۹ $\begin{aligned} \text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^2} &= \frac{2a - 3}{0^-} = +\infty \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 2a - 3 < 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a < \frac{3}{2} \quad (۰/۲۵) \\ \text{ب) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x - 4x^2}{x^2 + 5} &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4x^2}{x^2} = -4 \quad (۰/۵) \Rightarrow y = -4 \quad (۰/۲۵) \end{aligned}$	۱/۵
۸	صفحه ۵۷ $\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2[x]}{4 - x} &= \frac{8}{0^+} = +\infty \quad (۰/۵) \\ \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2[x]}{4 - x} &= \frac{6}{0^-} = -\infty \quad (۰/۵) \end{aligned}$ گزینه پ صحیح است. (۰/۲۵)	۱/۲۵
۹	صفحه ۸۸ $f'(0) = m = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x} - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = +\infty \quad (۰/۵) \quad , A(0, 0) \quad (۰/۲۵)$ معادله مماس قائم: $x = 0 \quad (۰/۲۵)$	۱
۱۰	صفحه ۹۷ $\begin{aligned} \text{الف) } f'(x) &= \frac{7}{2\sqrt{7x}} (3x^2 + 2) + \sqrt{7x} (6x) \quad (۰/۵) \\ \text{ب) } g'(x) &= 3(-2\sin 2x)(\cos^2 2x) - \left(-\frac{1}{x^2}\right) \quad (۰/۷۵) \end{aligned}$	۲/۲۵

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																									
۱۱	گزینه ت صحیح است. (۰/۲۵) مشتق سهمی، تابع خطی (غیر ثابت) است. (۰/۲۵) چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس f' محور X ها را در ناحیه $X < 0$ قطع می کند. (۰/۲۵)	صفحه ۱۰۰																									
۱۲	$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 \quad (0/5) \quad \frac{10-0}{4-0} = \frac{5}{2} \quad (0/5)$ $\frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 = \frac{5}{2} \quad (0/25) \Rightarrow \sqrt{t} = 1 \Rightarrow t = 1 \quad (0/25)$	صفحه ۱۰۹																									
۱۳	$y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow S(x) = 2x(\sqrt{16 - x^2}) \quad (0/25)$  $S'(x) = \frac{32 - 4x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0 \quad (0/5) \quad x = \sqrt{8}, y = \sqrt{8}$ <p style="text-align: center;">طول $2\sqrt{8}$، عرض $\sqrt{8}$ (۰/۵)</p>	صفحه ۱۲۶																									
۱۴	$f'(x) = x^2 - 4x + 3 \quad (0/25) \quad f''(x) = 2x - 4 \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">رسم نمودار (۰/۷۵) و جدول (۱) نمره</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>○</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>○</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f''(x)$</td> <td>∩</td> <td>∩</td> <td>∪</td> <td>∪</td> <td>∪</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\frac{4}{3}$</td> <td>$\frac{2}{3}$</td> <td>○</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Max نسبی نقطه عطف Min نسبی</p> 	x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$	$f'(x)$	+	○	-	-	○	+	$f''(x)$	∩	∩	∪	∪	∪	$f(x)$	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	○	$+\infty$	صفحه ۱۳۹
x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$																						
$f'(x)$	+	○	-	-	○	+																					
$f''(x)$	∩	∩	∪	∪	∪																						
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	○	$+\infty$																						
۱۵	$cx + d = 0 \Rightarrow d = -2c \quad (0/25) \quad (-1, 0) \Rightarrow \frac{-a + b}{-c + d} = 0 \Rightarrow a = b \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c \quad (0/25) \quad f(x) = \frac{x+1}{x-2} \quad (0/25)$	صفحه ۱۴۴																									
۲۰	در نهایت نظر همکاران محترم صائب است.																										