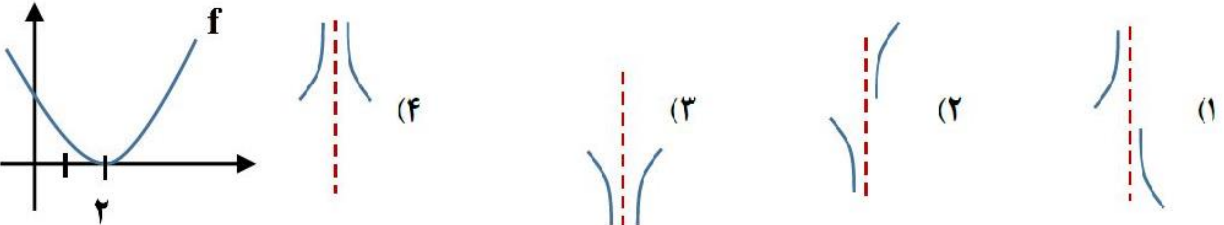
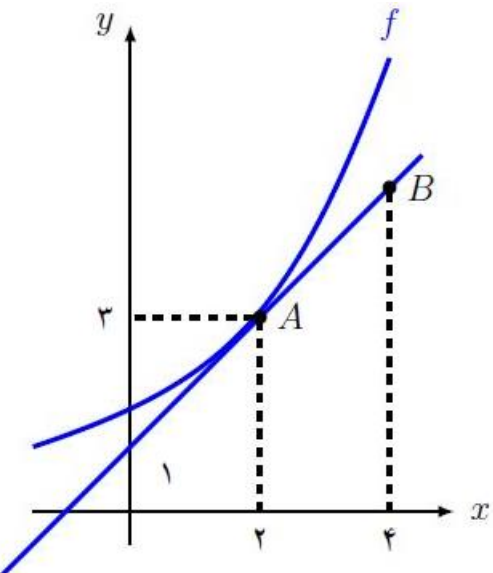
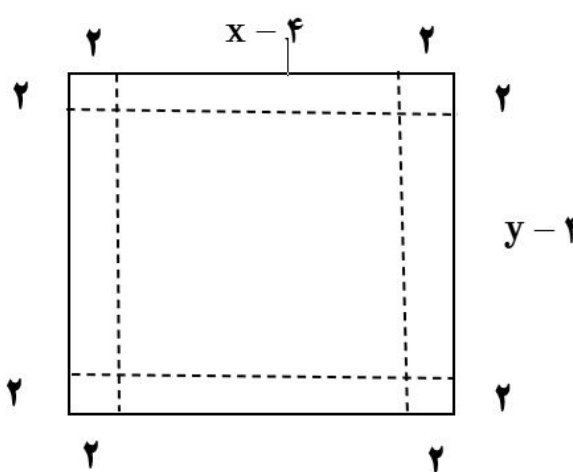


| ردیف | استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است. | نمره |
|------|---|------|
| ۱ | <p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) اگر برد تابع f بازه $[۱, ۳]$ باشد، برد تابع $y = ۱ - ۲f(۴x)$ برابر $[-۵, -۱]$ است.</p> <p>ب) تابع f روی \mathbb{R} نزولی است و $f(۳x-۱) \leq f(۲-x)$ در این صورت $x < \frac{۳}{۴}$ است.</p> <p>پ) نمودار تابع $y = x^۳ - ۳x^۲ + ۳x$ را می توان با انتقال نمودار $y = x^۳$ به صورت ۱ واحد سمت راست و ۱ واحد بالای محور y ها رسم کرد.</p> <p>ت) اگر تابعی صعودی اکید باشد، نقطه عطف ندارد.</p> | ۱ |
| ۲ | <p>جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) تابع نمایی $y = (۳k + ۱)^x$ روی \mathbb{R} اکیدا صعودی است. حدود k برابر است.</p> <p>ب) اگر $f(x) = \tan x$ در این صورت حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{\pi}{4} + h) - f(\frac{\pi}{4})}{h}$ برابر است.</p> <p>پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sin^2 x}{x^2}$ برابر است.</p> <p>ت) اگر $f'(x) = ۳x^2 + ax$ و نقطه $(۲, -۱)$ اکسترمم نسبی تابع f باشد، در این صورت مقدار a برابر است.</p> | ۱ |
| ۳ | <p>باقی مانده تقسیم چند جمله ای $P(x)$ بر $x - ۱$ و $x - ۲$ به ترتیب برابر ۲ و ۳ است. باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x^2 - ۳x + ۲$ را بیابید.</p> | ۱/۵ |
| ۴ | <p>ضابطه ی تابعی به فرم $y = c + a \sin(bx)$ را بنویسید که در آن دوره تناوب $\frac{\pi}{4}$، مقدار ماکزیمم آن ۵ و مقدار مینیمم آن -۱ باشد. ($a < 0, b > 0$)</p> | ۱ |
| ۵ | <p>معادله مثلثاتی $۲ \cos(۴x) + \sqrt{۲} = 0$ را حل کنید و جواب کلی آن را بنویسید.</p> | ۱ |
| ۶ | <p>الف) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\lfloor x \rfloor - ۳}{۳ - x}$ را بیابید.</p> <p>ب) اگر خط $y = ۳$ مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{ax^2 + ۳}{2x^n - 5x}$ باشد. مقدار a و n را بیابید.</p> | ۱/۲۵ |

| | | |
|------|---|----|
| ۱ | <p>۷ اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، رفتار تابع $\frac{1}{f(x)}$ در همسایگی $x = 2$ به کدام صورت است؟ <u>دلیل</u> خود را بنویسید.</p>  | ۷ |
| ۱/۲۵ | <p>۸ در شکل زیر نمودار تابع $f(x)$ و خط مماس بر منحنی آن در نقطه $x = 2$ رسم شده است:</p>  <p>الف) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ را بیابید. ب) مختصات نقطه B را بیابید.</p> | ۸ |
| ۱/۵ | <p>۹ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} + b & x > -1 \\ 2x + a x^2 & x \leq -1 \end{cases}$ در نقطه $x = -1$ مشتق پذیر باشد، مقادیر a و b را بیابید.</p> | ۹ |
| ۰/۷۵ | <p>۱۰ اگر $f(x) = x + \pi$ و $g(x) = \sin x$ آنگاه حاصل $(g \circ f)'(0)$ را بدست آورید.</p> | ۱۰ |
| ۲/۲۵ | <p>۱۱ مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\Delta x^2 - 4}$ ب) $g(x) = \sin^3(\Delta x) + \sqrt{x^2 - 1}$</p> | ۱۱ |
| ۱ | <p>۱۲ گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر مایع است. در لحظه $t = 0$ سوراخی در ظرف ایجاد می شود. اگر حجم مایع باقی مانده در ظرف پس از ثانیه از رابط $V = 40 \left(1 - \frac{t}{100}\right)^2$ به دست آید. در چه زمانی، آهنگ تغییر لحظه ای حجم، برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 100]$ می شود؟</p> | ۱۲ |










| | | |
|------|----|---|
| ۱/۵ | ۱۳ | یک برگه کاغذی مستطیلی شکل با اضلاع x و y در اختیار داریم. با بریدن چهار مربع به ضلع h از گوشه های آن و تا زدن اضلاع یک مکعب ساخته شده است. اگر $xy = 100 \text{ cm}^2$ و $h = 2 \text{ cm}$ ، مقادیر x و y را طوری پیدا کنید که حجم این مکعب بیشترین مقدار ممکن باشد. |
| ۱/۲۵ | ۱۴ | کدام یک از گزاره های زیر درست و کدام نادرست است؟ برای گزاره های نادرست مثال نقض <u>مثال نقض</u> بیاورید. (در صورت امکان برای مثال نقض می توان از نمودار مناسب استفاده کنید). الف) در تمام نقاط اکستریم نسبی مشتق وجود دارد. ب) هر نقطه ای که در آن مقدار f'' برابر صفر شود، یک نقطه عطف است. پ) اگر مقدار f'' در یک بازه مثبت باشد، تابع f' در آن بازه صعودی است. |
| ۱ | ۱۵ | جهت تقعر و طول نقاط عطف تابع $f(x) = x^4 - 12x^2 - 1$ را به دست آورید. |
| ۱/۲۵ | ۱۶ | جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{-x+1}{x+3}$ را رسم کنید. |
| ۲۰ | | جمع نمرات "موفق و سربلند باشید." |

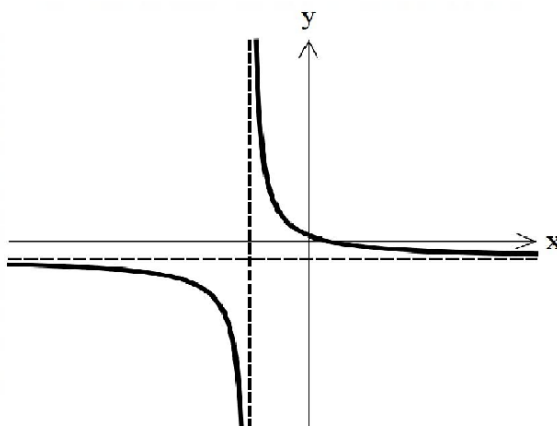
| پیامبر اعظم (ص): دانش اگر در ثریا هم باشد مردانی در سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت. | | |
|--|--|------|
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
| ۱ | الف) درست ۰/۲۵ ص ۷ ب) نادرست ۰/۲۵ ص ۲۲ پ) درست ۰/۲۵ ص ۱۴ ت) نادرست ۰/۲۵ ص ۱۳۲ | ۱ |
| ۲ | الف) $k > 0$ (۰/۲۵ ص ۲۱ ب) ۲ (۰/۲۵ ص ۹۶ پ) $+\infty$ (۰/۲۵ ص ۵۴ ت) ۳ (۰/۲۵ ص ۲۶) | ۱ |
| ۳ | صفحه ۱۸ $P(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b$ (۰/۲۵) $\begin{cases} P(1) = 2 & (۰/۵) \\ P(2) = 3 & (۰/۵) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 2 & (۰/۵) \\ 2a + b = 3 & (۰/۵) \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 1 \Rightarrow R(x) = x + 1$ (۰/۲۵) | ۱/۵ |
| ۴ | صفحه ۲۴ $b = 8$ (۰/۲۵) $a = -3$ (۰/۲۵) $c = 2$ (۰/۲۵) $y = 2 - 3\sin(8x)$ (۰/۲۵) | ۱ |
| ۵ | صفحه ۳۸ $\cos(4x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ (۰/۵) $\Rightarrow 4x = 2k\pi \pm \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{3\pi}{16}$ (۰/۲۵) | ۱ |
| ۶ | صفحه ۵۳ الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\lfloor x \rfloor - 3}{3 - x} = \frac{0}{0^-} = 0$ (۰/۵) صفحه ۶۷ ب) $n = 2$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2}{2x^2} = \frac{a}{2} = 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 6$ (۰/۲۵) | ۱/۲۵ |
| ۷ | گزینه ۴ صحیح است. (۰/۲۵) مقادیر f در همسایگی ۲، صفر مثبت است. (۰/۲۵) صفحه ۵۸ $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{0^+} = +\infty & (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{0^+} = +\infty & (۰/۲۵) \end{cases}$ | ۱ |
| ۸ | صفحه ۷۹ الف) (۰/۲۵) $f'(2) = m = 1$ (۰/۲۵) صفحه ۸۳ ب) $y = x + 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = 4 + 1 = 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow B(4, 5)$ (۰/۲۵) | ۱/۲۵ |
| ۹ | شرط پیوستگی: $b - 1 = a - 2 \Rightarrow a - b = 1$ (۰/۲۵) صفحه ۸۶ $(۰/۵) f'(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} & x > -1 \\ 2 + 2ax & x < -1 \end{cases} \Rightarrow f'_+(-1) = f'_-(-1) \Rightarrow 2 - 2a = -1$ (۰/۲۵) $a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$ (۰/۵) | ۱/۵ |

| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |
|------|--|--------------------------------|
| ۰/۷۵ | $\underbrace{f'(\cdot) \times g'(f(\cdot))}_{(۰/۲۵)} = 1 \times (-1) = -1 \quad (۰/۵)$ | ۱۰ صفحه ۹۶ |
| ۲/۲۵ | $f'(x) = \frac{\underbrace{\left(\frac{1}{3\sqrt{x^2}}\right)}_{۰/۵} (\Delta x^2 - 4) - \underbrace{(1 \cdot x)}_{۰/۵} (\sqrt[3]{x} + 1)}{\underbrace{(\Delta x^2 - 4)^2}_{(۰/۲۵)}} \quad \text{الف)}$ $g'(x) = \underbrace{2(\Delta \cos \Delta x)(\sin^2 \Delta x)}_{(۰/۷۵)} + \frac{x}{\underbrace{\sqrt{x^2 - 1}}_{(۰/۲۵)}} \quad \text{ب)}$ | ۱۱ صفحه ۹۴ صفحه ۹۶ |
| ۱ | $V' = -\frac{4}{5} \left(1 - \frac{t}{100}\right) = \frac{V(100) - V(\cdot)}{100} = \frac{-2}{5} \Rightarrow 1 - \frac{t}{100} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underbrace{t = 50}_{(۰/۲۵)}$ | ۱۲ صفحه ۱۱۰ تمرین کتاب درسی |
| ۱/۵ | $y = \frac{100}{x}, \quad V = 2(x-4)(y-4) = 2xy - 8x - 8y \quad (۰/۵)$ $V' = -8 + \frac{800}{x^2} = 0 \quad (۰/۵) \Rightarrow x = 10, \quad y = 10 \quad (۰/۵)$ <div style="text-align: center;">  </div> | ۱۳ صفحه ۱۲۶ تمرین کتاب درسی |

| | | |
|------|---------------|------|
| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |
|------|---------------|------|

| | | |
|------|--|----|
| ۱/۲۵ | الف) نادرست ۰/۲۵ و مثال نقض $x=0, f(x)= x $ ص ۱۱۵ (برای الف و ب هر نمودار مناسب نمره داده شود) ب) نادرست ۰/۲۵ و مثال نقض $x=0, f(x)=x^4$ ص ۱۳۲ پ) درست ۰/۲۵ ص ۱۲۹ | ۱۴ |
|------|--|----|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|-------------|------------|-----------|-----|---|---|---|--|---|---|---|---|--|-------------------------------|----|
| ۱ | $f''(x) = 12x^2 - 24 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$ (۰/۵) <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$-\sqrt{2}$</td> <td>$\sqrt{2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f''</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>f</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> | x | $-\infty$ | $-\sqrt{2}$ | $\sqrt{2}$ | $+\infty$ | f'' | + | - | + | | f |  |  |  | | صفحه ۱۳۳ رسم جدول ۰/۵ نمره | ۱۵ |
| x | $-\infty$ | $-\sqrt{2}$ | $\sqrt{2}$ | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | |
| f'' | + | - | + | | | | | | | | | | | | | | | |
| f |  |  |  | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|---|-----------|-----------|------|-----------|----|---|---|--|---|----|-----------|----|---|----------------------------|----|
| ۱/۲۵ | $f'(x) = \frac{-4}{(x+3)^2} < 0$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $y = -1$: مجانب افقی: $x = -3$: مجانب قائم: $x = -3$ (۰/۲۵) <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>-</td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>-1</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> </tr> </table> | x | $-\infty$ | -3 | $+\infty$ | f' | - | - | | f | -1 | $-\infty$ | -1 | رسم جدول ۰/۵  | رسم نمودار ۰/۵ صفحه ۱۴۴ | ۱۶ |
| x | $-\infty$ | -3 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | |
| f' | - | - | | | | | | | | | | | | | | |
| f | -1 | $-\infty$ | -1 | | | | | | | | | | | | | |

| | |
|----|--------------------------------------|
| ۲۰ | در نهایت نظر همکاران محترم صائب است. |
|----|--------------------------------------|