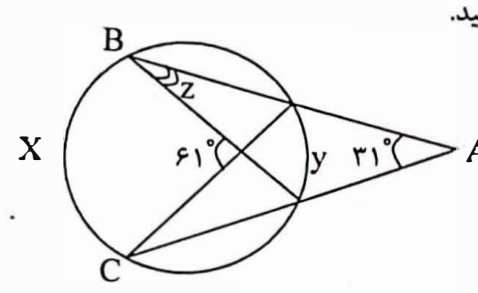
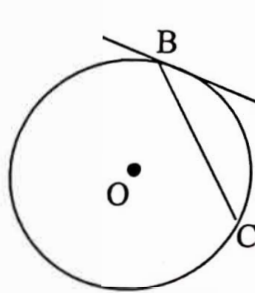
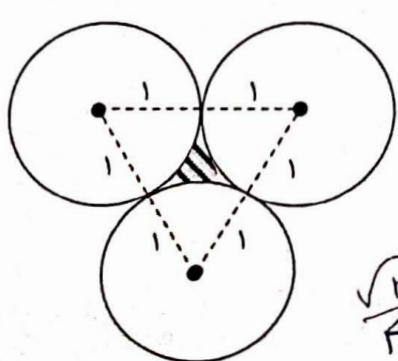


بارم	سوال	ردیف
۱	<p>در شکل مقابل با توجه به اندازه های روی آن مقادیر X, Y, Z را بیابید.</p>  $\pi = \frac{x+y}{2} \Rightarrow 182 = x+y$ $31 = \frac{x-y}{2} \Rightarrow 92 = x-y$ $z = \frac{y}{2} \Rightarrow z = \frac{92}{4} = 23$	۱
۱	<p>ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی، نصف کمان روبه رو به آن است. (<math>\hat{B} = \frac{\widehat{BC}}{2}</math> حکم)</p>  $C = \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{110}{2} = 55$ $\hat{D} + \hat{B}_1 = 90$ $B_1 + B_2 = 90 \Rightarrow \hat{D} = \hat{B}_1$ $\hat{D} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \hat{B}_1 = \frac{\widehat{BC}}{2}$	۲
۱۱۵	<p>در شکل مقابل سه دایره به شعاع یک واحد، دایره دو بر یکدیگر مماس خارج هستند. مساحت ناحیه محدود به سه دایره را بیابید.</p> <p>مساحت ناحیه بیرونی = مساحت نصف دایره - مساحت مثلث</p>  $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 - \frac{\pi R^2}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (2)^2 - \frac{\pi (1)^2}{2} \Rightarrow S = \sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$	۳

در مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۲، مطلوبست شعاع دایره های محاطی داخلی و محیطی آن را بیابید.

۴



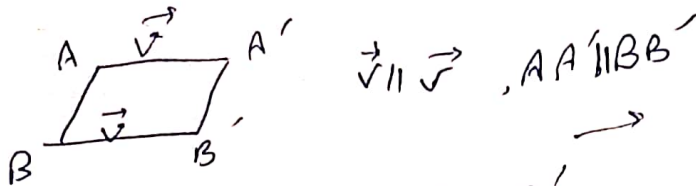
$$r = \frac{S_{ABC}}{P_{ABC}} \Rightarrow r = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4}{\frac{3}{4} \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$R = \frac{a}{2 \sin A} = rR = \frac{r}{\frac{1}{2} \sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

۱۱۵

ثابت کنید انتقال یک تبدیل طولپایا است؟

۵



$$|\vec{AA'}| = |\vec{BB'}|, AA' \parallel BB'$$

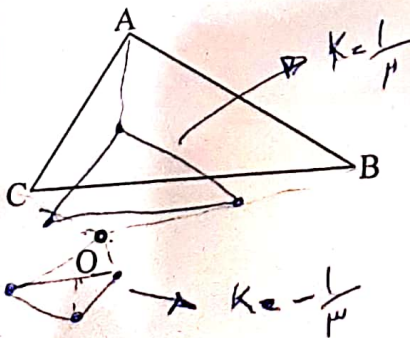
موجود دارد نقطه‌ای که نقطه‌ای روی هر دو  
راکن موازی و مساوی باشد.  
(موازی که اضلاع)

$$AB \parallel A'B'$$

۲

مثلث ABC داده شده است. در دو حالت  $K = \frac{1}{2}, K = -\frac{1}{3}$  به مرکز O مجانس آن را رسم کنید.

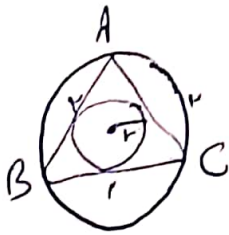
۶



۱

در مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۲، مطلوبست شعاع دایره های محاطی داخلی و محیطی آن را بیابید.

۴



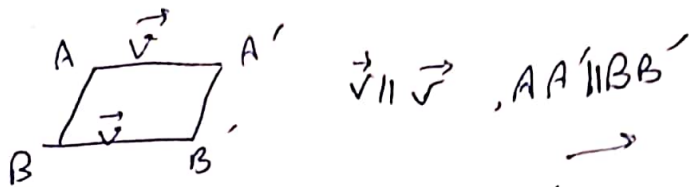
$$r = \frac{S_{ABC}}{P_{ABC}} \Rightarrow r = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4}{\frac{3}{2} \times 2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$R = \frac{a}{2 \sin A} = 2R = \frac{2}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

۱۱۵

ثابت کنید انتقال یک تبدیل طولیا است؟

۵



$$|\vec{AA'}| = |\vec{BB'}|, AA' \parallel BB'$$

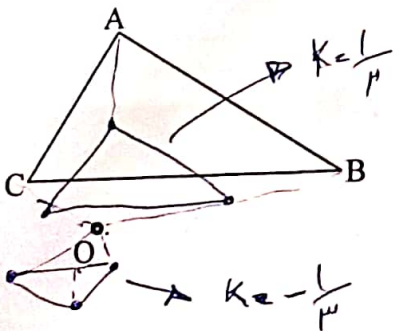
وجود دارد نقطه که در ضلع رویه در  
این موازی و مساوی باشد.  
(موازی الاضلاع)

$$AB = A'B'$$

۲

مثلث ABC داده شده است. در دو حالت  $K = \frac{1}{3}, K = -\frac{1}{3}$  به مرکز  $O$  مجانس آن را رسم کنید.

۶

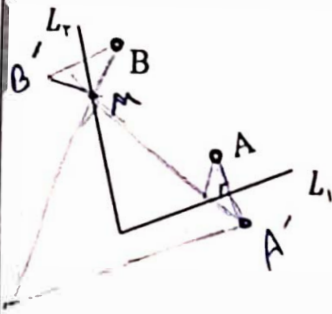


۱

۷ دو خط متقاطع  $L_1$  و  $L_2$  و نقاط ثابت  $A, B$  طبق شکل مفروض اند. کوتاه ترین مسیر ممکن را که با شروع از  $A$

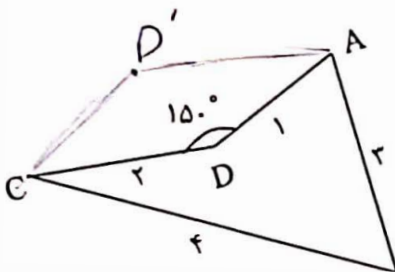
و برخورد با دو خط به نقطه  $B$  برسد رسم کنید.

۱/۵



۸ اگر بخواهیم بدون تغییر محیط چهار ضلعی و تکرار اضلاع آن در شکل زیر و با استفاده از بازتاب، مساحت شکل را افزایش دهیم، مساحت آن چه مقدار افزایش می یابد؟

۱/۲۵



$$AD'C \cong ADC$$

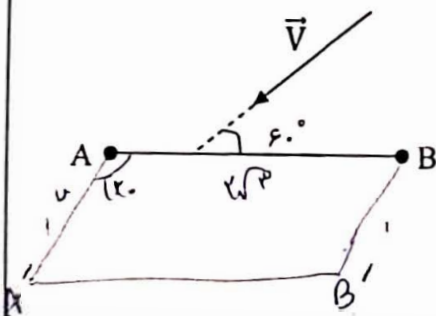
$$2S_{ADC} = S_{AD'C} \quad (\text{مساحت‌های برابر})$$

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 \times \sin 15^\circ = \frac{1}{2}$$

$$2S_{ADC} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

۹ در شکل زیر بردار  $\vec{V}$  به طول یک با پاره خط  $AB$  به طول  $2\sqrt{3}$ ، زاویه  $60^\circ$  می سازد اگر  $A'B'$  انتقال یافته پاره خط  $AB$  تحت بردار  $\vec{V}$  باشد، مساحت چهارضلعی  $ABA'B'$  چه قدر است؟

۱/۲۵



$$\vec{V} = 1$$

$$S_{ABA'B'} = 1 \times 2\sqrt{3} \times \sin 60^\circ = 3$$

اگر تمام زاویه های مثلث ABC حاده باشد و فرض کنیم شعاع دایره ی محیطی آن R باشد، ثابت کنید:

۱۰

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

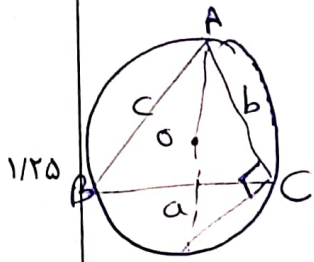
$$\hat{C} = \frac{ABD}{r} = \frac{180^\circ}{r} = 90^\circ$$

$$\hat{D} = \hat{B} = \frac{AC}{r}$$

$$\sin \hat{D} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow \sin \hat{D} = \frac{b}{2R}$$

$$\hat{D} = \hat{B} \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{b}{2R} \Rightarrow 2R = \frac{b}{\sin \hat{B}}$$

به همین ترتیب می توانیم در مورد بقیه ضلع ها نیز ثابت کنیم



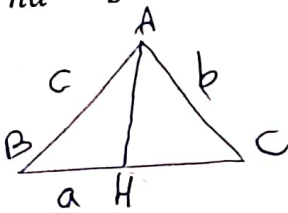
ثابت کنید در مثلث قائم الزاویه ABC ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) با ارتفاع  $h_a = AH$  داریم:

۱۱

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

$$a^2 = c^2 + b^2$$

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 \cdot c^2} = \frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$



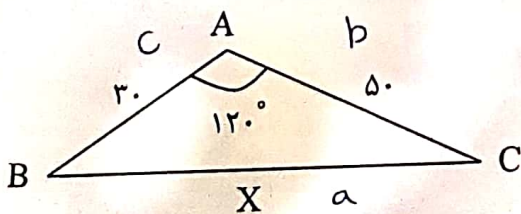
$$AH \times BC = AB \times AC$$

$$h_a \times a = c \times b$$

$$h_a = \frac{cb}{a} \xrightarrow{\text{توانیم}} h_a^2 = \frac{c^2 \cdot b^2}{a^2} \xrightarrow{\text{بضرب}} \frac{1}{h_a^2} = \frac{a^2}{c^2 \cdot b^2}$$

در مثلث ABC شکل زیر مطلوبست طول BC را بیابید.

۱۲



$$a^2 = c^2 + b^2 - 2bc \cdot \cos(120^\circ)$$

$$a^2 = 900 + 1600 + 2 \times 30 \times 40 \times \cos 60^\circ$$

$$a^2 = 900 + 1600 + 3000 \times \frac{1}{2}$$

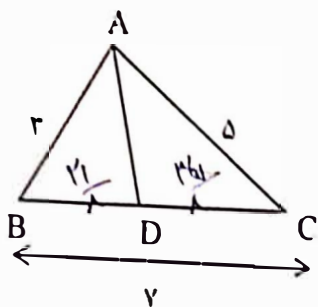
$$a^2 = 4900 \rightarrow a = 70$$

۱/۲۵

۱۳ در شکل زیر،  $AD$  نیمساز زاویه داخلی  $A$  از مثلث  $ABC$  باشد مطلوب است:

الف) طول پاره خط های  $BD$ ،  $DC$  را بیابید.

ب) طول نیمساز  $AD$  چقدر است؟



$$\text{الف. } \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{r}{d} = \frac{BD}{v - BD}$$

$$\text{ب) } BD = \frac{rv}{r+d} \Rightarrow CD = v - BD = \frac{v^2}{r+d}$$

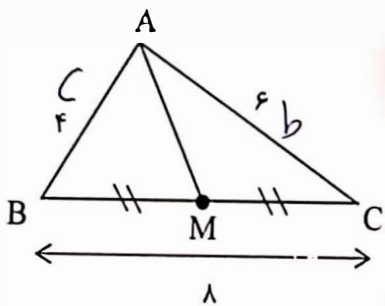
$$AD = \frac{rv}{r+d}$$

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$$

$$AD^2 = rv - \frac{rv}{r+d} \cdot \frac{v^2}{r+d}$$

$$AD^2 = \frac{rv(r+d) - rv^2}{r+d} \Rightarrow AD = \frac{rv}{r+d}$$

۱۴ در مثلث  $ABC$  شکل زیر، طول میانه وارد بر ضلع  $BC$  را بدست آورید.



$$2ca^2 + \frac{a^3}{2} = b^2 + c^2$$

$$2ca^2 + \frac{a^3}{2} = 7 + 4$$

$$2ca^2 + \frac{a^3}{2} = a^2 \Rightarrow \frac{a^3}{2} = a^2 - 7 \Rightarrow \frac{a}{2} = 1 - \frac{7}{a^2} \Rightarrow a = \sqrt{10}$$