

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است .		
سوالات فصل اول		
۱	الف) اگر $A = \begin{bmatrix} m & 0 \\ m-2 & n \end{bmatrix}$ ماتریسی اسکالر باشد مقادیر m و n را بیابید. ب) اگر $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ ، ماتریس B را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. پ) ماتریس $(B^2 + 2I)$ را محاسبه کنید. (I ماتریس همانی مرتبه سه است)	۲/۲۵
۲	اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ، نشان دهید: $(5A)^{-1} = \frac{1}{5} A^{-1}$	۱/۵
۳	با استفاده از ویژگی‌های ضرب ماتریس‌ها و ماتریس همانی I درستی رابطه زیر را ثابت کنید: $(A - 3I)^2 = A^2 - 6A + 9I$	۱
۴	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، حاصل $ \frac{1}{2}A^4 $ را به دست آورید.	۱/۲۵
سوالات فصل دوم		
۵	الف) هرگاه دو خط d و l موازی باشند، از دوران d حول l سطحی ایجاد می‌شود. اگر صفحه P بر خط l عمود باشد، سطح مقطع صفحه P و سطح ایجاد شده بیضی است. (درست-نادرست) ب) مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت یک، که بر دایره $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$ مماس خارج باشند، دایره‌ای به مرکز $O(1, -2)$ و شعاع است.	۰/۵
۶	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(2, -1)$ مرکز آن بوده و از خط $3x - 4y + 10 = 0$ و تری به طول ۶ جدا کند.	۱/۲۵
۷	در دایره به معادله ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ با استفاده از روش مربع کامل، ثابت کنید شعاع دایره برابر با $r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$ است.	۱
۸	در یک بیضی مختصات کانون‌ها $F(4, 0)$ و $F'(-2, 0)$ و طول قطر بزرگ برابر با ۱۰ است. اگر نقطه $P(1, m)$ روی این بیضی قرار داشته باشد، مقدار m را بیابید.	۱/۲۵
ادامه سوالات در صفحه دوم		

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۹	بیضی با قطر بزرگ $2a$ ، قطر کوچک $2b$ و کانون های F و F' مطابق شکل روبه رو مفروض است. اگر خطی در کانون F بر قطر کانونی عمود باشد و بیضی را در نقطه D قطع کند، ثابت کنید: $DF = \frac{b^2}{a}$	۱/۲۵
۱۰	معادله سهمی را بنویسید که $F(-3, 2)$ مختصات کانون و معادله خط هادی آن $x = 1$ باشد.	۱/۲۵
۱۱	مختصات نقاط برخورد سهمی $y^2 + 7x + 5 = 0$ و دایره $x^2 + y^2 = 2.5$ را به دست آورید.	۱/۵
سوالات فصل سوم		
۱۲	الف) معادله صفحه ای که بر محور Z ها در نقطه به مختصات $A = (0, 0, 3)$ عمود باشد، به صورت است. ب) شکل کلی (نمودار) مربوط به روابط $-2 < y \leq -1$ ، $y < -x^2 + 1$ را در فضای دو بعدی رسم کنید.	۱/۲۵
۱۳	اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, n)$ و $\vec{b} = (1, 0, -1)$ برابر با 135° درجه باشد، مقدار n را بیابید.	۱/۵
۱۴	ثابت کنید اگر دو بردار \vec{a} و \vec{b} در یک راستا باشند، آنگاه تصویر قائم \vec{a} بر امتداد \vec{b} ، برابر خود \vec{a} می شود.	۱/۲۵
۱۵	سه بردار $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{c} = (0, 2, 1)$ را در نظر بگیرید: الف) طول بردار $2\vec{b} - \vec{c}$ را به دست آورید. ب) مساحت متوازی الاضلاع که روی دو بردار \vec{a} و $\vec{c} + \vec{b}$ ایجاد می شود را به دست آورید.	۲
	موفق و سربلند باشید	جمع نمره
		۲۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) $m - 2 = 0 \xrightarrow{(\cdot/25)} m = 2 (\cdot/25)$ $n = m = 2 (\cdot/25)$ ص ۱۲ ب) $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} (\cdot/5)$ ص ۲۱ پ) $(B^T + 2I) = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 6 & 10 & 8 \\ 7 & 7 & 18 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 6 \\ 6 & 12 & 8 \\ 7 & 7 & 20 \end{bmatrix} (\cdot/25)$ ص ۱۹ و ۲۰	۲/۲۵
۲	$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} (\cdot/5) \rightarrow \frac{1}{5} A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{3}{10} \end{bmatrix} (\cdot/25)$ ص ۳۱ و ۳۳ $5A = \begin{bmatrix} 15 & -5 \\ 5 & -5 \end{bmatrix} (\cdot/25) \rightarrow (5A)^{-1} = \frac{1}{-50} \begin{bmatrix} -5 & 5 \\ -5 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{3}{10} \end{bmatrix} (\cdot/25)$	۱/۵
۳	$(A - 3I)^T = \underbrace{(A - 3I)(A - 3I)}_{(\cdot/25)} = \underbrace{A^T - 3AI - 3IA + 9I^T}_{(\cdot/25)} \stackrel{AI=IA=A}{=} \underbrace{A^T - 6A + 9I}_{I^T=I} (\cdot/5)$ ص ۳۱ و ۱۹	۱
۴	$ A = 2 (\cdot/5), \left -\frac{1}{2} A^T \right = \underbrace{\left(-\frac{1}{2} \right)^2}_{(\cdot/5)} A ^T = -2 (\cdot/25)$ ص ۳۱ و ۲۸	۱/۲۵
۵	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۳۹ ب) ۵ (۰/۲۵) ص ۳۹	۰/۵
۶	از مرکز دایره بر وتر عمود می‌کنیم عمود OH و تر AB را نصف می‌کند. $AH = \frac{1}{2} AB = 3 (\cdot/25)$ $OH = \frac{ 3(2) - 4(-1) + 10 }{\sqrt{9+16}} = 4 (\cdot/5)$ ص ۴۳ $OA^T = OH^T + AH^T \rightarrow r^T = (4)^T + (3)^T = 25 (\cdot/25), (x-2)^T + (y+1)^T = 25 (\cdot/25)$	۱/۲۵
	«ادامه در صفحه دوم»	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \rightarrow \left(x^2 + ax + \frac{a^2}{4}\right) + \left(y^2 + by + \frac{b^2}{4}\right) = -c + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} \quad (0/5)$ $\underbrace{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2}_{(0/25)} = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} \rightarrow r^2 = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} \xrightarrow{(0/25)} r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$ <p style="text-align: right;">ص ۴۱</p>	۱
۸	$PF + PF' = 2a \xrightarrow{(0/25)} \sqrt{9 + m^2} + \sqrt{9 + m^2} = 10 \xrightarrow{(0/5)} m = \pm 4 \quad (0/5)$ <p style="text-align: right;">ص ۴۸</p>	۱/۲۵
۹	<p>نقطه D روی بیضی قرار دارد، بنا به تعریف بیضی: $DF + DF' = 2a \quad (0/25)$ در مثلث قائم الزاویه DFF' بنا به قضیه فیثاغورث داریم:</p> $DF^2 + FF'^2 = DF'^2 \xrightarrow{(0/25)} DF^2 + (2c)^2 = (2a - DF)^2 \quad (0/25)$ $DF = \frac{a^2 - c^2}{a} \xrightarrow[0/5]{a^2 - c^2 = b^2} DF = \frac{b^2}{a}$	۱/۲۵
۱۰	<p>با توجه به جایگاه کانون و معادله خط هادی، سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ می باشد. $(0/25)$ مختصات راس سهمی $A(-1, 2) \quad (0/25)$، در این سهمی $a = AF = 2 \quad (0/25)$ معادله آن برابر است با: $(y - 2)^2 = -8(x + 1) \quad (0/5)$</p> <p style="text-align: right;">ص ۵۸</p>	۱/۲۵
۱۱	$\begin{cases} y^2 + 7x + 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \rightarrow x^2 + (-7x - 5) = 25 \xrightarrow{(0/25)} x^2 - 7x - 30 = 0$ $x = -3, x = 10 \quad (0/5)$ $\begin{cases} x = -3 \rightarrow y^2 = 16 \rightarrow y = \pm 4 \xrightarrow{(0/25)} (-3, 4), (-3, -4) \quad (0/25) \\ x = 10 \rightarrow y^2 = -75 \quad (0/25) \end{cases}$ <p style="text-align: right;">ص ۵۸</p>	۱/۵
۱۲	<p>الف) $Z = 3 \quad (0/25)$ ص ۶۸ ب) رسم نمودار (به طوری که خط و خط چین مشخص باشد). (۱) ص ۶۳</p>	۱/۲۵
	« ادامه در صفحه سوم »	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \vec{b} } \xrightarrow{(\cdot/25)} -\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-n}{\sqrt{2} \times \sqrt{4+1+n^2}} \xrightarrow{(\cdot/5)} \frac{n-2}{\sqrt{n^2+5}} = 1 \quad (\cdot/25)$ <p style="text-align: right;">ص ۷۸</p> $n^2 + 5 = n^2 - 4n + 4 \xrightarrow{(\cdot/25)} n = -\frac{1}{4} \quad (\cdot/25)$	۱/۵
۱۴	$\vec{a} = r\vec{b} \quad (\cdot/25)$ $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{(r\vec{b}) \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{r \vec{b} ^2}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = r\vec{b} = \vec{a}$ <p style="text-align: right;">ص ۸۰</p>	۱/۲۵
۱۵	$2\vec{b} = (2, 0, 2) \quad (\cdot/25), \quad 2\vec{b} - \vec{c} = (2, -2, 1) = 3 \quad (\cdot/5)$ <p style="text-align: right;">ص ۷۶ (الف)</p> $\vec{b} + \vec{c} = (1, 2, 2) \quad (\cdot/25)$ <p style="text-align: right;">ص ۸۱ (ب)</p> $S = \left \underbrace{\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})}_{(\cdot/25)} \right = \left \underbrace{(8, -5, 1)}_{(\cdot/5)} \right = 3\sqrt{10} \quad (\cdot/25)$	۲
	"مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"	۲۰